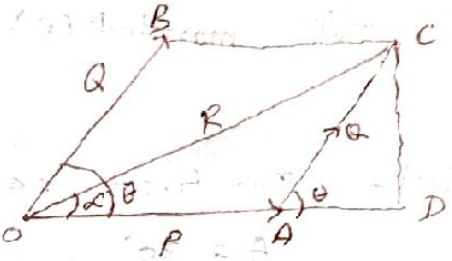
Lecture 07
07-06-21
9:45-10:15PM

Applied Mechanics

Law of forces

Law of parallelogram of forces (बलों के समान्तर चतुर्भुज का नियम) →

इस law के अनुसार, यदी किसी point or body के किसी point पर कार्य कर रहे दो forces को magnitude & direction में एक parallelogram के दो आगल-बगल (adjacent) भुजाओं (sides) द्वारा represent किया जाए तो इन दोनो forces का resultant force, magnitude & direction में parallelogram के विकर्ण (diagonal) द्वारा represent किया जाता है, जो कि इन दोनो forces के point of intersection (प्रतिच्छेद बिन्दु) से होकर गुजरे।



OACB — Parallelogram
P & Q — forces
R — Resultant force (P & Q)
θ = दोनो forces के बीच का angle
α = force P से resultant force का angle
OA को D तक बढ़ाकर CD perpendicular डाला गया है।

from ΔCDO

$OC^2 = CD^2 + OD^2$ (Pythageres thoorem)

$OC^2 = CD^2 + (OA+AD)^2 \Rightarrow R^2 = CD^2 + (P+AD)^2$ —— (1)

from Δ CAD

$\sin\theta = \frac{CD}{CA} \Rightarrow \sin\theta = \frac{CD}{Q} \Rightarrow [CD = Q\sin\theta]$

$\cos\theta = \frac{AD}{CA} \Rightarrow \cos\theta = \frac{AD}{Q} \Rightarrow [AD = Q\cos\theta]$

CD व AD के value को Eq^n (1) में रखने पर

$R^2 = Q^2\sin^2\theta + (P+Q\cos\theta)^2$

$R^2 = Q^2\sin^2\theta + P^2 + Q^2\cos^2\theta + 2PQ\cos\theta$

$= Q^2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) + P^2 + 2PQ\cos\theta$

$R^2 = Q^2 + P^2 + 2PQ\cos\theta$

$$\boxed{R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta}}$$

from Δ COD

$$\tan\alpha = \frac{CD}{OD} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{OA+AD}$$

$$\tan\alpha = \frac{Q\sin\theta}{P+Q\cos\theta}$$

$$\boxed{\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q\sin\theta}{P+Q\cos\theta}\right)}$$

Note- यहाँ force P & Q का resultant force R है जिसका magnitude $R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\theta}$ & direction $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q\sin\theta}{P+Q\cos\theta}\right)$ से magnitude (R) तथा direction(α) find होता है।

Numerical- Two forces 240N & 200N

$\theta = 30^\circ$

Calculate Resultant force (magnitude & direction)

Sol. $P = 240N$, $Q = 200N$

$\theta = 30^\circ$

$R = ?$

$$\because R = \sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\theta}$$

$$= \sqrt{(240)^2+(200)^2+2\times240\times200\cdot\cos30^\circ}$$

$$\boxed{R = 425.14\,N} \text{ Ans} \quad \text{Magnitude}$$

$$\because \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{Q\sin\theta}{P+Q\cos\theta}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{200\sin30}{240+200\cos30^\circ}\right)$$

$$\boxed{\alpha = 13.6^\circ} \text{ Ans} \quad \text{Direction}$$